



# Bestimmte Integrale

– Mathe Erklärungen und  
Aufgaben

von [lakschool.com](https://lakschool.com)

---

Alle Erklärungen

+ Aufgaben mit ausführlichem Lösungsweg

# Inhalt

<b>Erklärungen</b> .....	3
Obersummen und Untersummen .....	4
Streifenmethode .....	7
Bestimmtes Integral .....	9
Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung .....	10
Berechnung bestimmter Integrale .....	11
Rechenregeln .....	12
<b>Aufgaben</b> .....	13
Grundlagen .....	14
Berechnung bestimmter Integrale .....	15
Rechenregeln nutzen .....	16
<b>Lösungen</b> .....	17
Grundlagen .....	18
Berechnung bestimmter Integrale .....	19
Rechenregeln nutzen .....	21



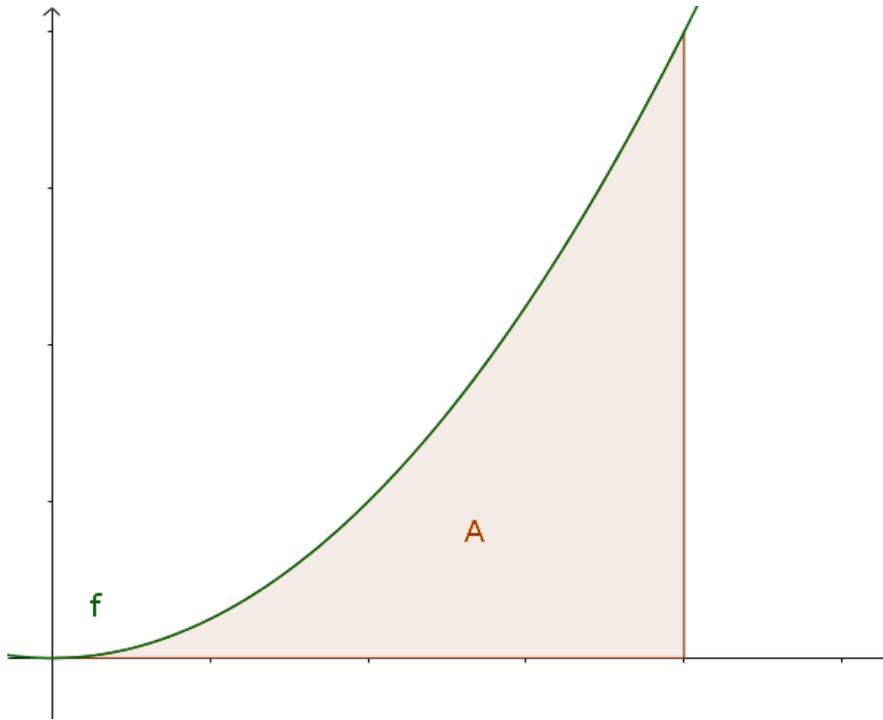
Bestimmte Integrale

# Erklärungen



# Ober- und Untersumme

Die Integralrechnung wird zur **Berechnung der Fläche** in einem Intervall zwischen dem Graphen einer Funktion und der x-Achse genutzt.

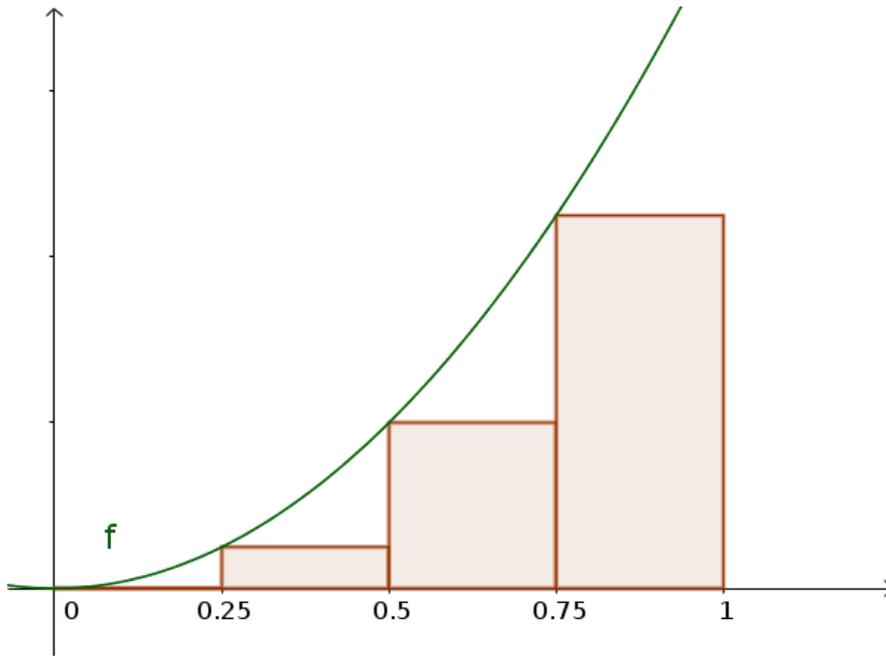


## Info

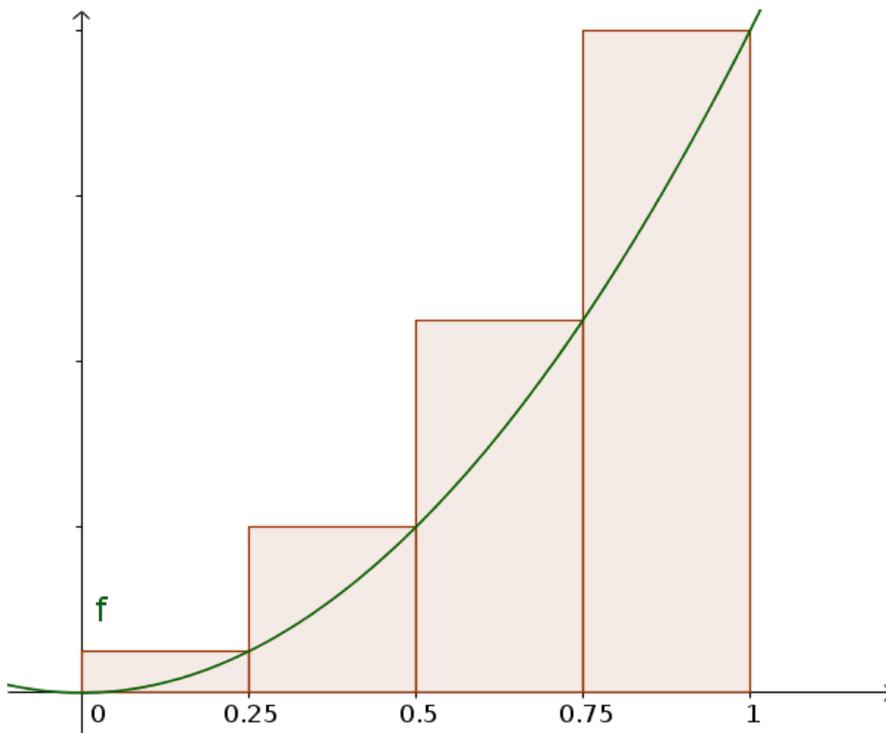
Bereits 260 v. Chr. entwickelte Archimedes die **Streifenmethode**, welche den Ursprung der Integralrechnung bildet.

Wenn man den Flächeninhalt nun ermitteln will, unterteilt man die Fläche in vertikale Streifen. Dabei ergeben sich zwei Möglichkeiten:





Die erste Einteilung der Fläche wird als **Untersumme** bezeichnet und ist kleiner als der Flächeninhalt.



Hier handelt es sich um die **Obersumme** und die ist größer als der tatsächliche Flächeninhalt.

$$\text{Untersumme} \leq A \leq \text{Obersumme}$$



### Merke

Je geringer man die Abstände zwischen den Streifen setzt (also je mehr Streifen), desto genauer wird das Ergebnis.



**BEISPIEL**

$$f(x) = x^2 \text{ im Intervall } [0; 1]$$

Man kann nun die Flächeninhalte der Rechtecke (Breite ist 0,25 und Höhe ist  $x^2$ ) jeweils zusammenrechnen und erhält folgendes:

$$U = 0,25 \cdot (0^2 + 0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2) = \frac{7}{32}$$

$$O = 0,25 \cdot (0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2 + 1^2) = \frac{15}{32}$$

$$\frac{7}{32} \leq A \leq \frac{15}{32}$$

Bei höherer Streifenanzahl, wird das Ergebnis immer genauer. So hat man bei einer Streifenzahl von 256:  $0,331 \leq A \leq 0,335$





Bestimmte Integrale

# Aufgaben



# Grundlagen

## Berechnung bestimmter Integrale

**Aufgabenstellung:** Berechne das bestimmte Integral mit dem Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung.

$$\int_1^3 (2x^3 + 1) dx$$

## Rechenregeln nutzen

**Aufgabenstellung:** Berechne möglichst einfach durch Anwendung der Rechenregeln.

$$\int_2^4 (3x^2 - 4x + 5) dx + \int_2^4 (4x - 5) dx$$

