



Bestimmte Integrale

– Mathe Erklärungen und
Aufgaben

von lakschool.com

Alle Erklärungen

+ Aufgaben mit ausführlichem Lösungsweg

Inhalt

Erklärungen	3
Obersummen und Untersummen	4
Streifenmethode	7
Bestimmtes Integral	9
Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	10
Berechnung bestimmter Integrale	11
Rechenregeln	12
Aufgaben	13
Grundlagen	14
Berechnung bestimmter Integrale	15
Rechenregeln nutzen	16
Lösungen	17
Grundlagen	18
Berechnung bestimmter Integrale	19
Rechenregeln nutzen	21



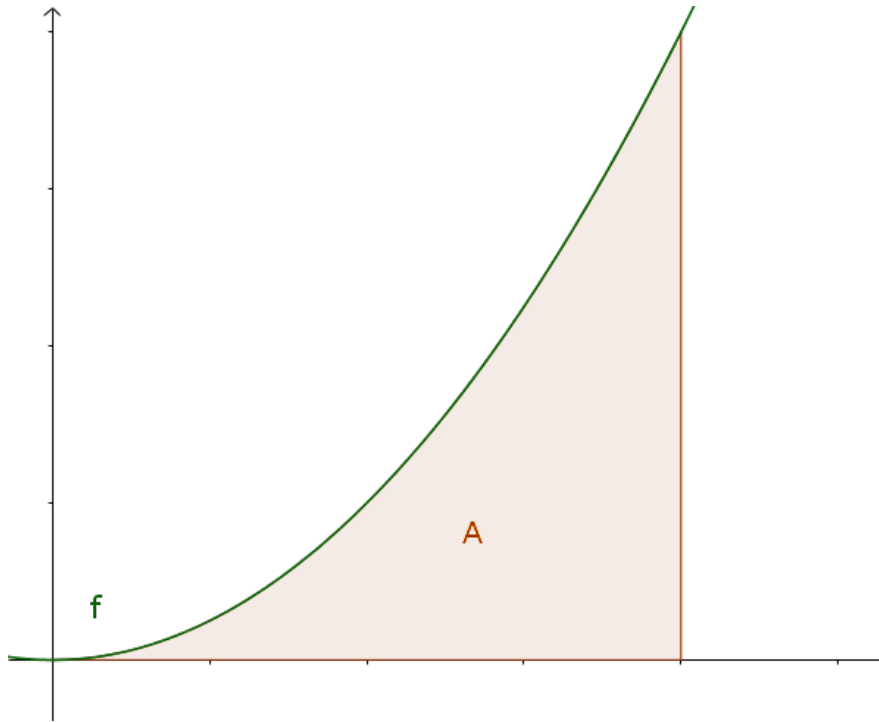
Bestimmte Integrale

Erklärungen



Ober- und Untersumme

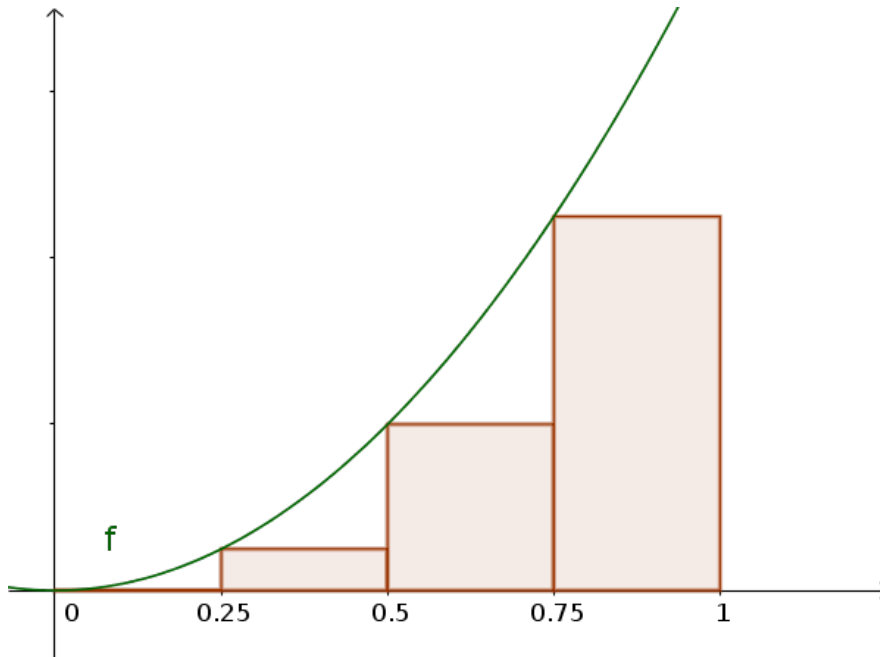
Die Integralrechnung wird zur **Berechnung der Fläche** in einem Intervall zwischen dem Graphen einer Funktion und der x-Achse genutzt.

**i****Info**

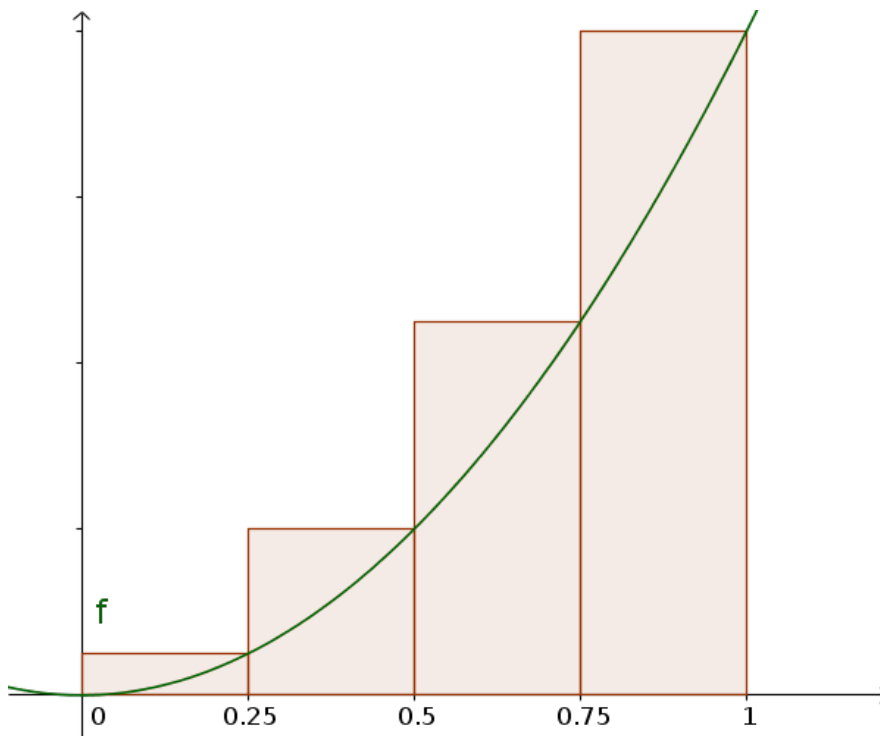
Bereits 260 v. Chr. entwickelte Archimedes die **Streifenmethode**, welche den Ursprung der Integralrechnung bildet.

Wenn man den Flächeninhalt nun ermitteln will, unterteilt man die Fläche in vertikale Streifen. Dabei ergeben sich zwei Möglichkeiten:





Die erste Einteilung der Fläche wird als **Untersumme** bezeichnet und ist kleiner als der Flächeninhalt.



Hier handelt es sich um die **Obersumme** und die ist größer als der tatsächliche Flächeninhalt.

$$\text{Untersumme} \leq A \leq \text{Obersumme}$$



Merke

Je geringer man die Abstände zwischen den Streifen setzt (also je mehr Streifen), desto genauer wird das Ergebnis.



BEISPIEL

$$f(x) = x^2 \text{ im Intervall } [0; 1]$$

Man kann nun die Flächeninhalte der Rechtecke (Breite ist 0,25 und Höhe ist x^2) jeweils zusammenrechnen und erhält folgendes:

$$U = 0,25 \cdot (0^2 + 0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2) = \frac{7}{32}$$

$$O = 0,25 \cdot (0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2 + 1^2) = \frac{15}{32}$$

$$\frac{7}{32} \leq A \leq \frac{15}{32}$$

Bei höherer Streifenanzahl, wird das Ergebnis immer genauer. So hat man bei einer Streifenzahl von 256: $0,331 \leq A \leq 0,335$





Bestimmte Integrale

Aufgaben



Grundlagen

Berechnung bestimmter Integrale

Aufgabenstellung: Berechne das bestimmte Integral mit dem Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung.

$$\int_1^3 (2x^3 + 1) dx$$

Rechenregeln nutzen

Aufgabenstellung: Berechne möglichst einfach durch Anwendung der Rechenregeln.

$$\int_2^4 (3x^2 - 4x + 5) dx + \int_2^4 (4x - 5) dx$$

